

## BAB VII KONDUKTOR DIELEKTRIK DAN KAPASITANSI

### 6.1. Arus dan Kerapatan Arus.

Muatan listrik yang bergerak membentuk “ arus ” yang memiliki satuan “ ampere ” (A) dan didefinisikan sebagai “ laju aliran muatan yang melalui titik acuan (menembus suatu bidang acuan) sebesar satu coulomb per-detik. Arus diberi symbol/lambang “ I “, maka

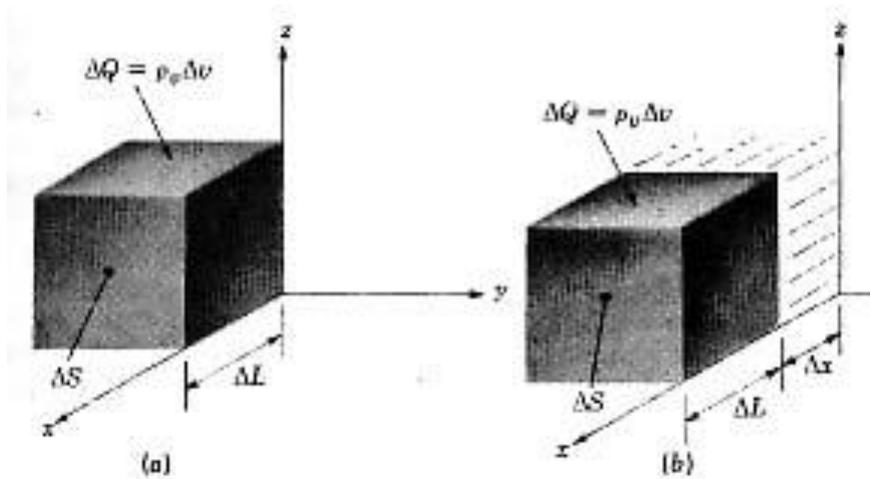
$$I = \frac{dQ}{dt} \text{ Ampere}$$

Dalam pelajaran teori medan kita biasanya tertarik pada kejadian pada suatu titik daripada dalam daerah yang lebih luas, dan kita akan mendapatkan konsep “ kerapatan arus ” yang diukur dalam ampere per meter persegi lebih berguna. Kerapatan arus merupakan besaran “ vektor ” dan dinyatakan dalam notasi/symbol “ J “. Pertambahan arus “  $\Delta I$  “ yang melalui pertambahan luas “  $\Delta S$  “ yang normal pada kerapatan arus ialah

$$\Delta I = J_n \Delta S \text{ atau } \Delta I = J \cdot \Delta S$$

$$I = \int_s J \cdot ds \text{ Amp .}$$

Kerapatan arus dapat dihubungkan dengan kecepatan kerapatan muatan ruang pada suatu titik, misalnya suatu keunsuran  $\Delta Q = \rho_v \cdot \Delta v = \rho_v \cdot \Delta s \Delta L$  seperti yang terlihat pada gambar berikut ini;



Dari persamaan yang lalu dan berdasarkan gambar diatas, maka unsur arus  $\Delta I$  yang melintasi permukaan  $\Delta S$  dan bergerak ke-arah sb.x dapat kita jabarkan sebagai berikut

$$\Delta I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \rho_v \cdot \Delta s \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t} = \rho_v \cdot \Delta s \cdot v_x$$

dan untuk ini  $J = \rho_v \cdot v_x$

$$J = \rho_v \cdot V \text{ Amp/m}^2$$

## 6.2. Kemalaran (Kontinuitas) Arus

Sifat malar arus dapat dijelaskan bahwa; muatan listrik tidak dapat diciptakan atau dimusnahkan, walaupun harus diingat bahwa sejumlah muatan positif dan negatif yang besarnya sama dapat tercipta secara serentak yang dapat diperoleh dengan cara pemisahan. Persamaan kemalaran/kontinuitas arus dari prinsip tersebut diatas dapat kita lihat dengan meninjau daerah yang dibatasi dengan permukaan tertutup.

$$I = \oint_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{s} \quad \text{Ampere}$$

Berdasarkan teorema “DIVERGENSI” persamaan di atas dapat memberikan

$$\oint_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{s} = \iiint_{Vol} (\nabla \cdot \mathbf{J}) dV \quad \text{dan}$$

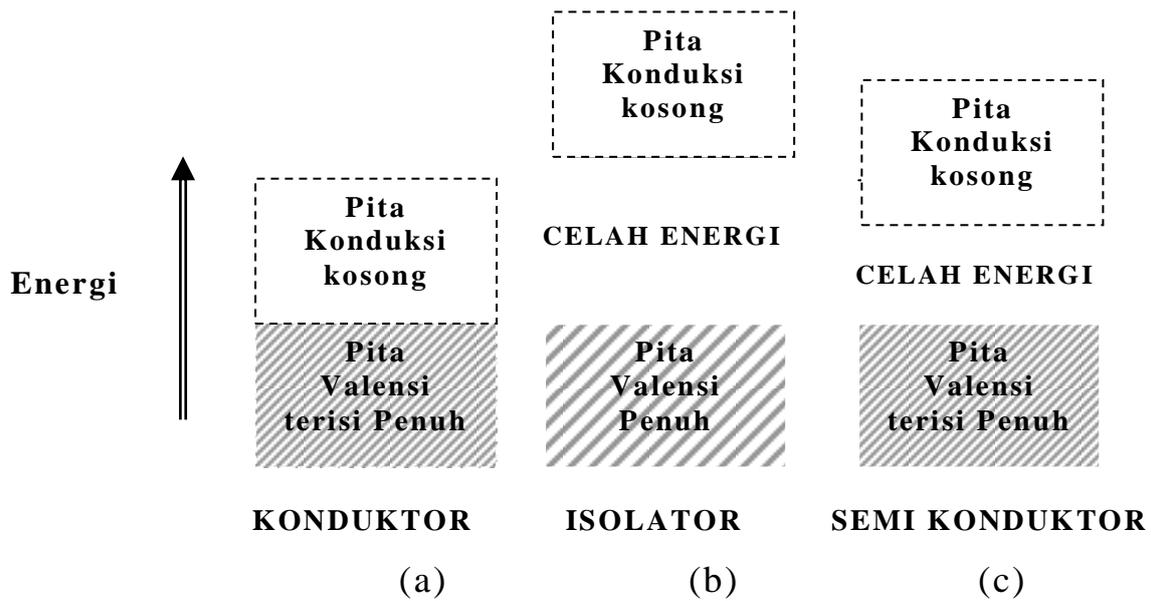
$$(\nabla \cdot \mathbf{J}) \Delta v = -\frac{\partial \rho_v}{\partial t} \Delta v$$

$$\text{sehingga} \quad \nabla \cdot \mathbf{J} = -\frac{\partial \rho_v}{\partial t} \quad \frac{C}{m^3 \cdot dt}$$

Laju perubahan/pertambahan muatan negatif dalam permukaan tertutup dinyatakan dalam;  $-dQ_i/dt$ , sedang  $-\partial\rho_v/\partial t$  sebagai laju perubahan kerapatan muatan dalam volume tersebut.

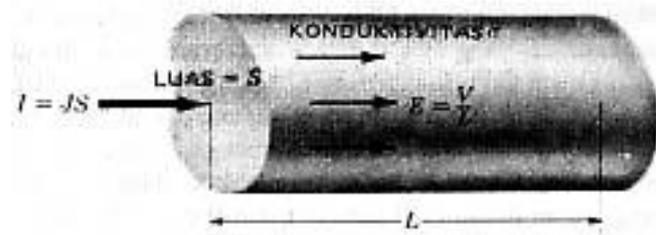
### 6.3. Konduktor Logam

Para ‘Fisikawan “ menggambarkan perilaku elektron yang beredar mengelilingi inti atom positif dengan energi total dari elektron tersebut terhadap tingkat acuan “nol” untuk elektron pada jarak yang tak terhingga dari inti tersebut. Dan dapat kita maklumi bahwa energi total ialah jumlah energi kinetik dan energi potensial, dan oleh karenanya “energi” diperlukan untuk menarik sebuah electron dari inti atom atau dari garis “edarnya”.



Gambar 1

Nampak dari Gambar 1(a) bahwa struktur pita energi cukup kecil untuk melepaskan elektron valensi dari pita valensi ke pita konduksi. Sebaliknya perilaku yang sangat berbeda dimiliki oleh bahan “dielektrik” yang mempunyai energi gap yang cukup lebar sehingga diperlukan “energi” yang cukup besar untuk melepaskan elektron valensi naik ke pita konduksi.



Gambar 2

Mobilitas elektron dinyatakan dengan notasi “ $\mu_e$ ” dan perlu diketahui bahwa gerakan electron yang terpengaruh medan listrik “ $E$ ” akan berlawanan arahnya dengan arah medan dan dengan demikian arah “ $I$ ” akan searah dengan arah medan (lihat Gbr.2) di atas.

$$J = - \rho_{ve} \mu_e \quad \text{A/m}^2$$

bila konduktivitas suatu bahan konduktor dinyatakan dalam notasi “ $\sigma_c$ ” maka kerapatan arus  $J = \sigma_c E$  dimana  $\sigma_c = -\rho_{vc} \mu_e$  Mho/m.

Resistansi kawat yang berpenampang “ s “, panjang “ L “ dan konduktivitas bahan konduktor  $\sigma_c$  adalah  $R = L/(s\sigma_c)$  Ohm.

Data-data konduktivitas bahan konduktor; tembaga =>  $\sigma_c = 5,8.10^7$  Mho/m.

Aluminium =>  $\sigma_c = 3,82.10^7$  Mho/m, Perak =>  $\sigma_c = 6,17.10^7$  Mho/m.

Beda potensial antar ujung-ujung kawat  $\Delta V = EL = IR$  volt.

### **Contoh Soal 1**

Kawat berpenampang lingkaran berdiameter 1,6 mm<sup>2</sup>, panjang 1,2 km dari bahan konduktor dengan konduktivitas  $5,8.10^7$  Mho/m (tembaga). Kawat lainnya dengan panjang dan konduktivitas yang sama namun berdiameter 2,0 mm. Jika potensial pada masing-masing ujungnya adalah  $V_a = 80$  Volt dan  $V_b = 79,2$  Volt, hitunglah besar arus dan kuat medan didalam kawat tersebut.

Jawaban;

Kawat 1 => diameter  $d_1 = 1,6$  mm atau jejari  $r_1 = 0,8$  mm =  $8.10^{-4}$  m

konduktivitas  $\sigma_{c1} = 5,8.10^7$  Mho/m

luas penampang  $S_1 = \pi r_1^2 = 64.10^{-8}$  m<sup>2</sup>

panjang kawat  $L = 1,2$  km = 1200 m

Resistansi kawat  $R_1 = \frac{L}{\sigma_{c1} \cdot S_1}$

$$R_1 = \frac{1200}{5,8 \cdot 10^7 \cdot 64 \cdot 10^{-8}} = 10,29 \text{ Ohm}$$

Arus yang mengalir  $I = \frac{Va - Vb}{R_1} = \frac{0,8}{10,29} = 0,078 \text{ Amp.}$

$P = VI$  (Watt)

Kerugian daya  $P_{Loss} = I^2 R = (0,078)^2 \cdot 10,29 = \mathbf{62,60436}$  mWatt.

Perlu diketahui bahwa daya ini akan menaikkan “temperatur” kawat.

Kawat 2 => diameter  $d_2 = 2,0 \text{ mm}$  atau jejari  $r_2 = 1,0 \text{ mm} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ m}$   
 konduktivitas  $\sigma_{c2} = 5,8 \cdot 10^7 \text{ Mho/m}$   
 luas penampang  $S_2 = \pi r_2^2 = 3,14 \times 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$   
 panjang kawat  $L = 1,2 \text{ km} = 1200 \text{ m}$

Resistansi kawat  $R_1 = \frac{L}{\sigma_{c1} \cdot S_2}$

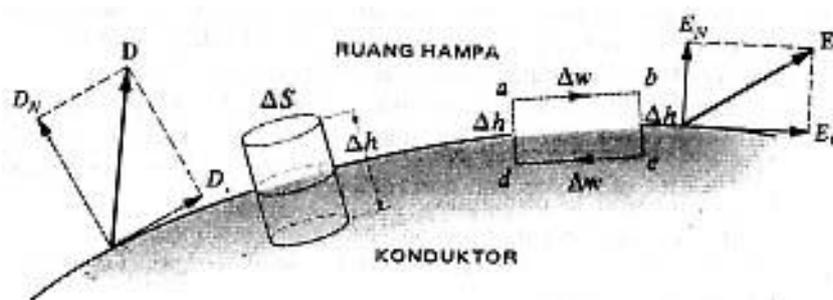
$$R_2 = \frac{1200}{5,8 \cdot 10^7 \cdot 3,14 \cdot 10^{-6}} = 6,586 \text{ Ohm}$$

Arus yang mengalir  $I = \frac{Va - Vb}{R_1} = \frac{0,8}{6,586} = 0,121 \text{ Amp.}$

Kerugian daya  $P_{Loss} = I^2 R = (0,121)^2 \cdot 6,586 = \mathbf{96,425626}$  mWatt.

## 6.4. Sifat Konduktor dan Syaraf Batas

Syarat batas yang dimaksud disini adalah syarat static yaitu kita membiarkan waktunya beberapa saat atau beberapa mikro-detik untuk melihat apa yang terjadi jika distribusi muatan tiba-tiba menjadi “tak seimbang” didalam bahan konduktor tersebut. Hasil akhir yang kita dapati adalah kerapatan muatan



Gambar 3

dalam konduktor menjadi nol dan hanya ada distribusi muatan pada permukaan konduktor saja (perhatikan Gbr.3 di atas).

Kerapatan muatan permukaan  $\rho_s \text{ C/m}^2$  dapat diperoleh dari pers. berikut

$$D_t = E_t \text{ dan } \rho_s = \epsilon_0 E_n = D_n \text{ C/m}^2$$

Untuk meringkas prinsip yang dipakai pada konduktor dalam teori medan statik dapat kita nyatakan bahwa;

1. Intensitas medan listrik static dalam konduktor ialah “NOL”
2. Intensitas medan listrik static pada permukaan konduktor mempunyai arah “NORMAL” pada permukaan.
3. Permukaan konduktor merupakan permukaan “SEPONTENSIAL”

Untuk jelasnya perhatikan gambar berikut ini, intensitasnya medan listrik listriknya memotong secara tegak lurus garis-garis

“SEPOTENSIALNYA” dan selanjutnya masuk dan keluar secara tegak-lurus (normal) pada permukaan konduktor bentuk kelereng tersebut.

### **Contoh Soal 2**

Titik  $p(-2,4,1)$  terletak pada permukaan konduktor, dimana disitu terdapat medan  $E = 400a_x - 290a_y + 310a_z$  V/m. Anggaplah konduktor berada dalam ruang hampa dan hitunglah; a)  $E_n$  dititik  $p$ , b)  $E_t$ , c)  $\rho_s$  dan d)  $D$

Jawab.

a) Mengacu pada syarat batas dari ke-tiga poin diatas, kita harus berkesimpulan bahwa komponen “NORMAL” intensitas medan ( $E$ ) pada titik  $p$  adalah  $E_n = \sqrt{400^2 + 290^2 + 310^2}$  V/m = 583,266663 V/m

b) Juga berdasarkan ketiga syarat diatas  $E_t = 0$

$$\begin{aligned} \text{c) } \rho_s &= \epsilon_0 E_n = 8,854 \cdot 10^{-12} \cdot 583,266663 \text{ C/m}^2 \\ &= 5,16424 \cdot 10^{-9} = 5,16424 \text{ nC/m}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } D &= \epsilon_0 E = 8,854 \cdot 10^{-12} (400a_x - 290a_y + 310a_z) \text{ C/m} \\ &= 3,5416 \cdot 10^{-9} a_x + 2,5676 \cdot 10^{-9} a_y + 2,7447 \cdot 10^{-9} a_z \text{ C/m}^2 \\ &= 3,5416 a_x + 2,5676 a_y + 2,7447 a_z \text{ nC/m}^2 \end{aligned}$$

$$D_n = \sqrt{3,5416^2 + 2,5676^2 + 2,7447^2} \cdot 10^{-9} = 5,1642 \cdot 10^{-9} \text{ C/m}^2$$

Jawaban terakhir ini sesuai yang diberikan oleh persamaan

$\rho_s = \epsilon_0 E_n = D_n \text{ C/m}^2$  jadi sesuai dengan jawaban c). diatas.

$$D_n = 5,1642 \cdot 10^{-9} \text{ C/m}^2 = 5,1642 \text{ nC/m}^2$$

## **KONDUKTOR DIELEKTRIK DAN KAPASITANSI (lanjutan)**

### **6.5. Sifat Bahan Dielektrik**

Walaupun sering kita menyebut-nyebut isolator dan bahan dielektrik, namun kita belum mempunyai hubungan kuantitatif yang menyatakan sifat bahan tersebut. Salah sifat dasar yang perlu kita ketahui adalah bahwa semua bahan dielektrik, padat, cairan ataupun dalam bentuk gas memiliki kesanggupan untuk menyimpan ‘ENERGI’ listrik.

Disamping itu perlu juga diketahui bahwa struktur bahan dielektrik secara molecular dapat dilihat pada sifat “DWIKUTUB”. Beberapa jenis molekul yang disebut “MOLEKUL BERKUTUB” (molekul polar) mempunyai pergeseran yang permanen antara pusat muatan positif dengan pusat muatan negatif dan tiap pasangan muatan ini memiliki sifat sebagai dwikutub.

Kerapatan fluks medan listrik dalam bahan dielektrik berbeda dengan kerapatan fluks dalam ruang hampa/bebas atau bahan lain, hal ini ditunjukkan dengan adanya polarisasi “ P “ di dalam bahan dielektrik.

$$D = \epsilon_0 E + P \text{ C/m}^2 \text{ dimana } P = \chi_e \epsilon_0 E \text{ C/m}^2$$

dimana  $\chi_e$  sebagai suseptibilitas elektrik dari bahan tersebut

Kerapatan fluks medan listrik dapat dirumuskan kembali

$$D = \epsilon_0 E + P = \epsilon_0 E = (\epsilon_r - 1) \epsilon_0 E \text{ dimana } \epsilon_r = \chi_e + 1$$

$\epsilon_r$  sebagai permivitas relatif bahan dielektrik.

$$D = \epsilon_r \epsilon_0 E = \epsilon E = \epsilon E \text{ C/m}^2 \text{ dan } \epsilon = \epsilon_r \epsilon_0 \text{ F/m}$$

$\epsilon$  sebagai “permivitas” bahan dielektrik.

### Contoh soal 1.

Hitunglah pengutuban (polarisasi “ P “) dalam suatu bahan dielektrik dimana diketahui;

- kerapatan fluksnya  $1,5 \mu\text{C/m}^2$  dan  $E = 15 \text{ kV/m}$
- $D = 2,8 \text{ } \epsilon\text{C/m}^2$  dan  $\chi_e = 1,7$
- mempunyai jumlah molekul ( $n$ ) =  $10^{20}$  molekul/ $\text{m}^3$  yang masing – masing mempunyai momen dwikutub  $p = 1,5 \cdot 10^{-20} \text{ C-m}$
- $E = 50 \text{ kV/m}$  dan  $\epsilon_r = 4,4$

Jawab.

a) dari pers.  $D = \epsilon_0 E + P \text{ C/m}^2$  diperoleh  $P = D - \epsilon_0 E$

$$P = 1,5 \cdot 10^{-6} - 8,854 \cdot 10^{-12} \cdot 15 \cdot 10^3 = 1,3672 \mu\text{C/m}^2$$

b)  $\epsilon E = D \Rightarrow E = D/\epsilon = D/(\epsilon_0 + \epsilon_0 \chi_e) = 2,8 \cdot 10^{-6} / (8,854 \cdot 10^{-12} + 1,7 \cdot 8,854 \cdot 10^{-12})$  dan  $P = \epsilon_0 \chi_e E = 1,7 \cdot 2,8 \cdot 10^{-6} / (1 + 1,7) = 1,7 \cdot 8,854 \cdot 10^{-12}$  )

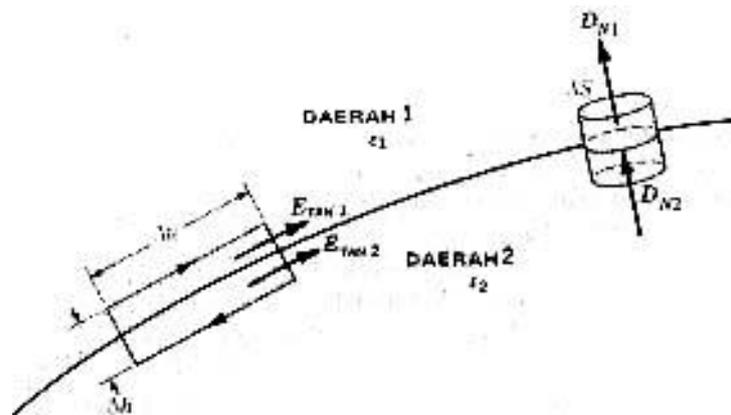
c) Rumus  $P = \lim_{\Delta v \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n p = n \cdot p = 10^{20} \cdot 1,5 \cdot 10^{-26} = 1,5 \mu\text{C/m}^2$

d).  $P = \epsilon_0 \chi_e E = \epsilon_0 (\epsilon_r - 1) E = 8,854 \cdot 10^{-12} \cdot (4,4 - 1) \cdot 50 \cdot 10^3 = 1505,18 \mu\text{C/m}^2$

## 6.6. Syarat Batas Dielektrik

Bagaimana kita memecahkan persoalan jika terdapat dua jenis bahan dielektrik atau dielektrik dengan konduktor berbatasan.

Pemecahan bidang batas seperti apa yang dikemukakan diatas dapat kita lihat pada contoh syarat batas konduktor, misalnya permukaan konduktor merupakan permukaan sepotensial, kerapatan fluks medan listrik normal pada permukaan konduktor. Marilah kita tinjau dahulu bidang perbatasan antara dua bahan dielektrik yang berbeda, perhatikan gbr. 1 berikut ini.



Gambar 1

Pertama – tama kita perhatikan komponen tangensial medan  $E$  dengan persamaan  $\oint E \cdot dL = 0$  mengelilingi lintasan tertutup kecil pada gambar. diatas bagian kiri dan kita dapatkan bahwa;

$$E_{\tan 1} \Delta w - E_{\tan 2} \Delta w = 0 \text{ dan menghasilkan}$$

$$E_{\tan 1} = E_{\tan 2}$$

Jika intensitas medan listrik tangensial adalah konstan melalui bidang batasnya, maka kerapatan fluks medan listrik tangensialnya adalah tidak konstan

$$\text{karena } E_{\tan 1} = \frac{D_{\tan 1}}{\epsilon_1} = E_{\tan 2} = \frac{D_{\tan 2}}{\epsilon_2} \text{ atau } \frac{D_{\tan 1}}{D_{\tan 2}} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}$$

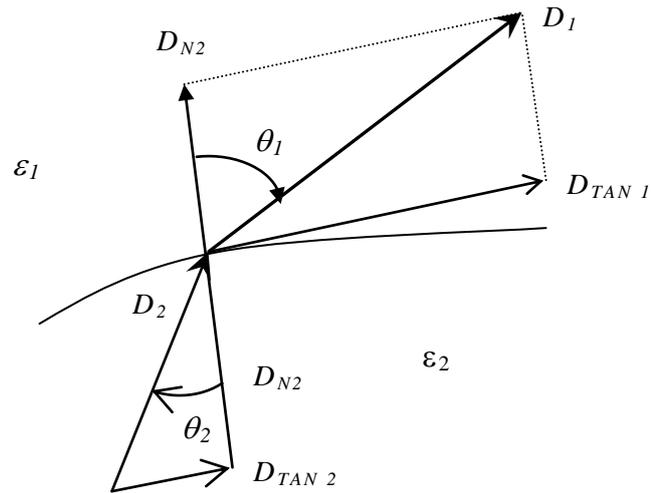
Syarat batas untuk komponen normalnya dapat diperoleh dengan menerapkan hukum GAUSS pada kotak bagian kanan gambar diatas.

$$D_{n1}\Delta s - D_{n2}\Delta s = \Delta Q = \rho, \Delta s \text{ dengan demikian}$$

$$D_{n1} - D_{n2} = \rho, \frac{C}{m^2}$$

Apakah kerapatan muatan diatas ini merupakan kerapatan muatan terikat yang selalu ada pada bidang batasnya?, jelas tidak untuk bahan dielektrik sempurna dan mungkin ada kerapatan muatan untuk bahan dielektrik merugi.

Dan untuk itu kita dapat mengatakan bahwa  $D_{n1} = D_{n2}$  untuk bahan ideal dan dari persamaan yang selalu  $\epsilon_1 E_{n1} = \epsilon_2 E_{n2}$ . Perhatikan gambar 2 berikut



Gambar 2

$$D_{n1} = D_1 \cos \theta_1 = D_2 \cos \theta_2 = D_{n2}$$

$$\frac{D_{\tan 1}}{D_{\tan 2}} = \frac{D_1 \sin \theta_1}{D_2 \sin \theta_2} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} = \frac{\epsilon_{r1}}{\epsilon_{r2}} \quad \text{atau}$$

$$\frac{\tan \theta_1}{\tan \theta_2} = \frac{\epsilon_{r1}}{\epsilon_{r2}}$$

besar sudut  $\theta_1$  diperoleh dari  $\theta_1 = \arccos(|E_{t1}|/|E_{n1}|)$  dan  $\theta_2 = \arccos(|E_{t2}|/|E_{n2}|)$

Contoh soal IX-2.

Daerah 1 ( $Z < 0$ ) berisi bahan dielektrik dengan tetapan  $\epsilon_{r1} = 2,5$  sedang daerah 2 ( $Z > 0$ ) berisi bahan dengan  $\epsilon_{r2} = 4,0$ . diketahui  $E_1 = -30a_x + 50a_y + 70a_z$ . Hitunglah; a).  $E_{n1}$  , b).  $E_{t1}$  , c).  $E_{t2}$  , d).  $E_2$  dan e).  $\theta_1$  dan  $\theta_2$  f).  $D_{n2}$  , g) .  $D_2$  , h).  $P_2$

Jawab.

Dari redaksi soal dapat disimpulkan bahwa bidang batas antara kedua bahan tersebut adalah  $z = 0$  dan dengan demikian dapat ditetapkan bahwa medan tangensialnya  $\Rightarrow E_{t1} = -30a_x + 50a_y$  sehingga medan normalnya  $E_{n1} = 70a_z$

Jadi sebagai jawaban ; a).  $E_{n1} = 70a_z$  V/m

$$b). E_{t1} = -30a_x + 50a_y \text{ V/m}$$

Sesuai rumus yang dikemukakan terdahulu bahwa pada bid. baas

$$E_{t1} = E_{t2}$$

$$c). E_{t2} = -30a_x + 50a_y \text{ V/m}$$

Untuk mendapatkan  $E_2$  harus didapatkan dahulu  $E_{n2}$  karena  $E_2 = E_{t2} + E_{n2}$ . yaitu  $E_{n2} = (\epsilon_{r1}/\epsilon_{r2}) \cdot E_{n1} = (2,5/4,0) \cdot 70a_z = 43,75a_z$  V/m dengan demikian

$$d). E_2 = -30a_x + 50a_y + 43,75a_z \text{ V/m}$$

Besar sudut datang  $\theta_1$  dan sudut difraksi  $\theta_2$  dapat kita peroleh dari jawaban yang diatas, yaitu  $\theta_1 = \text{atau } (|E_{t1}|/|E_{n1}|) = \text{atau } (\sqrt{30^2 + 50^2}/70)$

$$e). \theta_1 = \text{atau } (0,83) = 39,794^\circ \text{ dan } \theta_2 = \text{atau } (\sqrt{30^2 + 50^2}/43,75)$$

$$\theta_2 = \text{atau } (1,33278) = 53,119^\circ$$

$$D_2 = D_{t2} + D_{n2} = \epsilon_2 E_2 = \epsilon_{r2} \epsilon_0 E_2 = 4,0 \cdot 8,854 \cdot 10^{-12} (-30a_x + 50a_y + 43,75a_z)$$

$$f). D_{n2} = 1,5495 \cdot 10^{-9} a_z \text{ C/m}^2 = 1,5495 a_z \text{ nC/m}^2$$

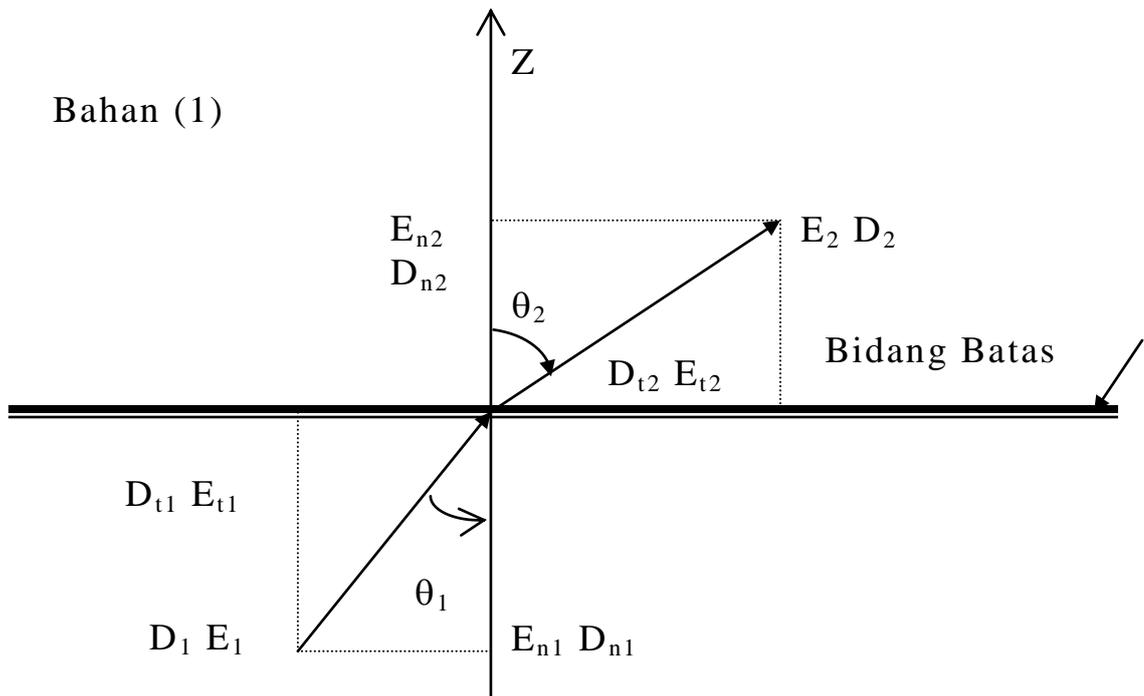
$$g).D_2 = (-1,0625a_x + 1,7708a_y + 1,5495a_z).10^{-9} \text{ C/m}^2$$

$$= -1,0625a_x + 1,7708a_y + 1,5495a_z \text{ nC/m}^2$$

$$h).P_2 = D_2 - \epsilon_0 E_2 = (\epsilon_{r2} - 1)\epsilon_0 E_2 = (4,0 - 1).8,854.10^{-12} (30a_x + 50a_y + 43,75a_z)$$

$$= (-0,79686a_x + 1,3281a_y + 1,1621a_z).10^{-9} \text{ C/m}^2$$

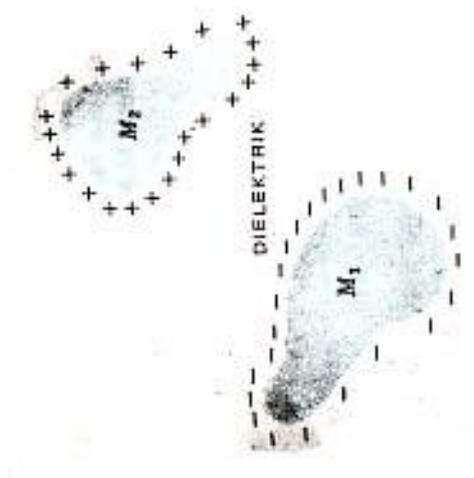
$$= -0,79686a_x + 1,3281a_y + 1,1621a_z \text{ nC/m}^2$$



Gambar 3

## 6.7 Kapasitansi

Dua bidang konduktor yang ditempatkan berdekatan dalam bahan dielektrik



Gambar 4

Yang serbasama (perhatikan gambar IX-4 diatas ini ). Konduktor  $M_2$  berisi muatan positif ( $Q_+$ ) dan  $M_1$  berisi muatan negatif ( $Q_-$ ) dimana kedua konduktor ini  $V_0$  dan dari sini kita dapat mendefinisikan kapasitansi dari suatu kapasitor (symbol kapasitansi => C).

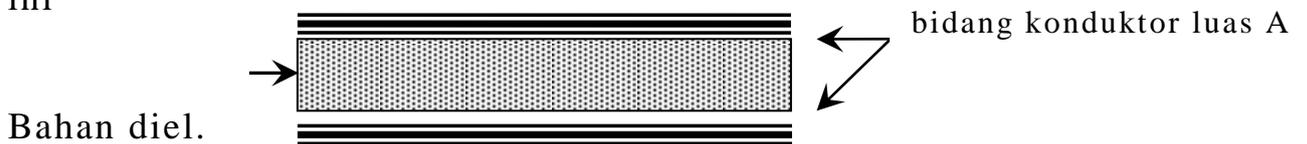
$$C = \frac{Q}{V_0} \quad C/Volt \quad (C/v = Farad)$$

Energi yang dapat tersimpan dalam suatu kapasitor dapat dinyatakan sbb;

$$W_E = \frac{1}{2} CV_0^2 = \frac{1}{2} QV_0 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} J \quad (J = Joule)$$

Contoh soal 3

a).Dua bidang konduktor ditempat sejajar seperti gambar berikut ini



Jika jarak anantara kedua bidang konduktor ini dinyatakan sebagai d, maka kapasitansinya

$$C = \frac{\epsilon_r \epsilon_o S}{d} F$$

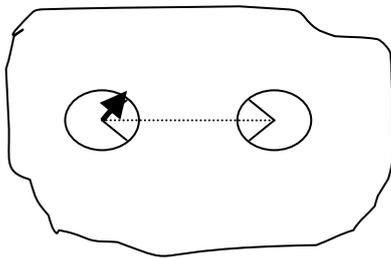
Umpama  $\epsilon_r = 2,25$  dan tetapan  $\epsilon_o = 8,854 \cdot 10^{-12}$ ,  $S = 0,15 \text{ m}^2$

dan  $d = 0,11 \text{ mm}$ , maka  $C = \frac{2,25 \cdot 8,854 \cdot 10^{-12} \cdot 0,15}{0,11 \cdot 10^{-3}} F$

$$C = 27,16568 \cdot 10^{-9} F = 27,16568 nF$$

dan untuk  $V_o = 100 \text{ Volt}$ , maka  $Q = CV_o = 2,716568 \text{ uC}$

- b). Kapasitansi 2 kawat sejajar, kawat berjari – jari  $a$ , jarak antar sumbu kedua kawat  $d$ , panjang kawat  $L$  dan ditempatkan dalam bahan dielektrik  $\epsilon$



$$C = \frac{\pi \epsilon_r \epsilon_o L}{\ln(d/a)} F$$

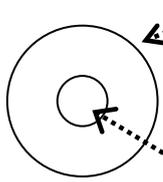
Misalkan  $\epsilon_r = 2,25$ ,  $L = 1,2 \text{ km}$ ,  $a = 2 \text{ mm}$  dan  $d = 30 \text{ c}$ . saluran dipasang pada  $V_o = 100 \text{ Volt}$ , Hitunglah  $Q$  dan rapat muatan pada kawat ( $\rho_L$ )

Jawab.  $C = \frac{\pi \cdot 2,25 \cdot 8,854 \cdot 10^{-12} \cdot 1200}{\ln(0,30/0,002)} F$

$$C = 14,98857 \cdot 10^{-9} F = 14,98857 \text{ nF} \text{ atau } C = 12,49048 \text{ pF/meter}$$

$$Q = CV_o = 1,498857 \text{ uC} \text{ dan } \rho_L = 1,24905 \text{ nC/meter.}$$

c).Kapasitansi saluran coaxial =>  $C = \frac{2\pi\epsilon_r\epsilon_oL}{\ln(b/a)} F$



Kawat luar jejari b => misalkan b = 0,8 cm

Kawat dalam jejari a => a = 1 mm dan  $\epsilon_r$

$$C = \frac{2.\pi.2,25.8,854.10^{-12}}{\ln(0,008/0,001)} = 60,1943 \text{ pF/m}$$

Muatan kawat dalam dan luar (sama besar)  $Q = CV_o$   
Coulomb

Bila  $V_o = 100$  Volt, maka  $\rho_L = 6,01943$  nC/ meter.

Energi yang dapat tersimpan dalam kapasitor

$$W_E = \frac{1}{2}CV_o^2 = \frac{1}{2}(60,1943.10^{-12}).100^2 = 300,9715 \text{ nJoule}$$

Kuat medan di-dalam saluran coaxial  $E = \rho_L/(2\pi\epsilon\rho)$  V/m

Lakukan sepanjang -L/2 ke L/2 maka potensial di P adalah

$$\Phi_P = -\frac{\rho l}{4\pi\epsilon_o} \ln(x - x^1) \Big|_{-L/2}^{L/2} = \frac{\rho l}{4\pi\epsilon_o} \ln \left[ \frac{x + \frac{L}{2}}{x - \frac{L}{2}} \right] \left[ x > \frac{L}{2} \right]$$

Medan listrik di P

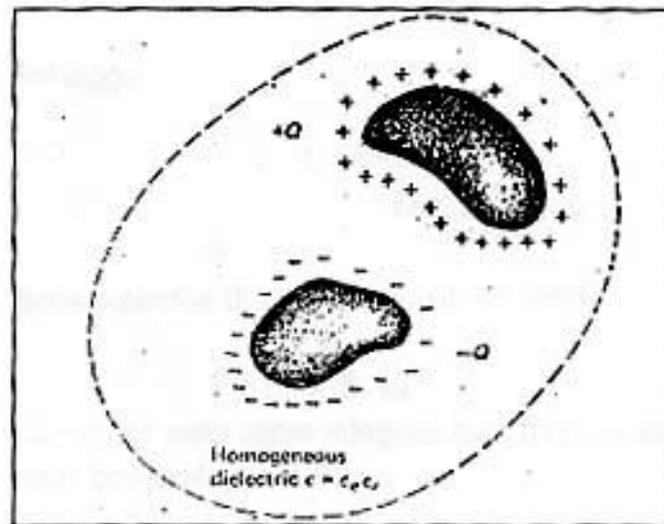
$$E_P = -\nabla\Phi_P = -\frac{\partial\Phi_P}{\partial x} a_x = \frac{\rho_1 L}{4\pi\epsilon_o [x^2 - (L/2)^2]} a_z \left[ x > \frac{L}{2} \right]$$

## 6.8 CAPACITANCE

Kapasitansi merupakan sifat penyimpanan energi elektrostatik dari 2 objek konduktor yang dibatasi (disekelilingnya) bahkan dielektrik sebesar  $\epsilon - \epsilon_0\epsilon_r$ . Konduktor yang satu bermuatan  $Q$  dan yang lain  $-Q$  dan akibat kondisi tersebut timbul suatu tegangan sebesar  $V$ , maka harga kapasitansi adalah :

$$C = \frac{Q}{V}$$

Harga kapasitansi sangat tergantung pada dimensi serta bentuk konduktor & tahanan dielektrik sekelilingnya.



Prosedur perhitungan kapasitansi yaitu dengan mengetahui muatan  $Q$  dan  $-Q$  di masing – masing konduktor sehingga dapat di hitung kuat medan listrik yang terjadi (dengan hukum Gauss) dan kemudian didapat beda potensialnya yaitu

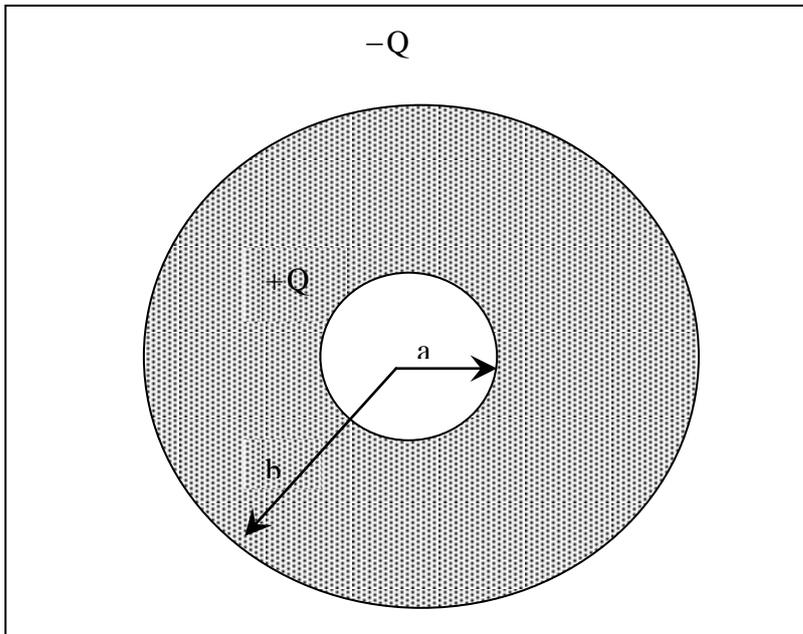
$$V = \int_c E dl$$

Example

Hitung kapasitansi dari 2 bola konsentris dengan jari – jari a & b dan antara kedua konduktor tersebut di isi bahan dielektrik dengan permivitas  $\epsilon$

Solution

Misal di bola dalam terdapat muatan Q dan bola luar sebesar – Q



Dengan menggunakan hukum Gauss didapat

$$\int_s \epsilon E \cdot ds = \text{total charge enclosed} \\ = Q$$

Sehingga

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} a_r$$

Beda potensial di kedua konduktor adalah

$$V = -\int_b^a E \cdot dl \quad \longrightarrow \quad dl = dr a_r$$

Nilai negatif serta batas integrasi dari b ke a yang berarti muatan Q positif harus “bekerja” Untuk bergerak dari b ke a.

$$V = -\int_b^a \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2} a_r \cdot dr \cdot a_r = \frac{Q}{4\pi\epsilon} \left[ \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right]$$

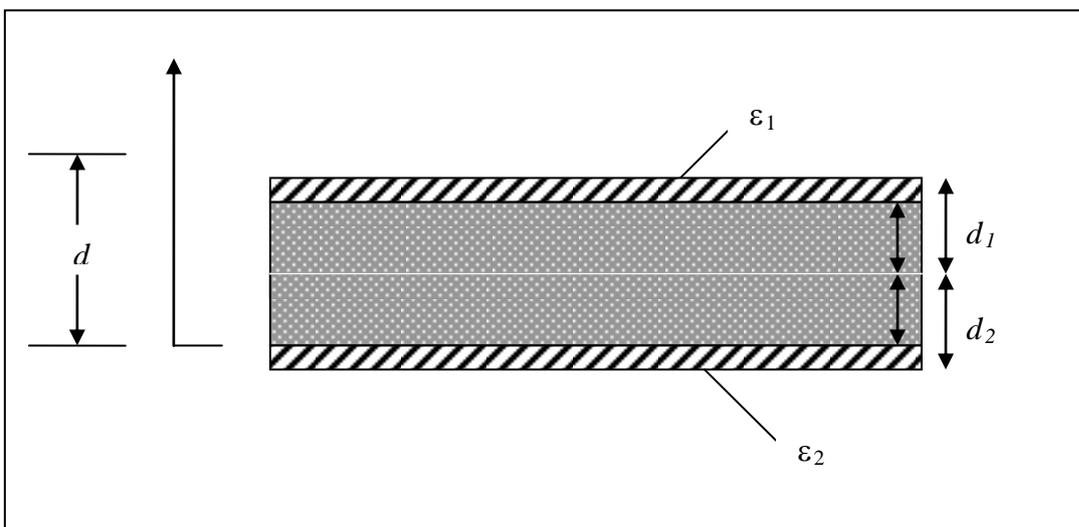
Haraga kapasitansi kapasitor bola adalah

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{4\pi\epsilon}{\left[ \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right]}$$

Example

Plat paralel kapasitor seperti gambar dibawah

Hitung harga kapasitansi dan nyatakan bahwa kapasitor tersebut terhubung seri satu terhadap yang lain



Solution

Misal kerapatan muatan permukaan plat bawah =  $\rho_s$  c/m<sup>2</sup> dan plat atas  $-\rho_s$  c/m<sup>2</sup> gunakan hukum Gauss maka didapat, medan listrik

$$E_2 = \frac{\rho_s}{\epsilon_2} a_z \quad \text{dan} \quad E_1 = \frac{\rho_s}{\epsilon_1} a_z$$

Kerapatan Flux listrik didua elektrik adalah

$$D_2 = \epsilon_2 E_2 = \rho_s \quad \text{dan} \quad D_1 = \epsilon_1 E_1 = \rho_s \quad (\text{kontinyu})$$

D yang tegak lurus (normal) terhadap plat konduktor yang sama dengan kerapatan muatan permukaan  $\rho_s$  , Maka

$$V = -\int_{d_2}^0 E_2 \cdot dl - \int_{d_1+d_2}^{d_2} E_1 \cdot dl = \frac{\rho_s d_2}{\epsilon_2} + \frac{\rho_s d_1}{\epsilon_1} = \rho_s \left[ \frac{d_2}{\epsilon_2} + \frac{d_1}{\epsilon_1} \right]$$

Bila luas plat = A maka muatan total Q =  $\rho_s$  A dan kapasitansi

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{A}{\left[ \frac{d_2}{\epsilon_2} + \frac{d_1}{\epsilon_2} \right]} = \frac{\epsilon_1 A}{\left[ d_1 + \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} d_2 \right]}$$

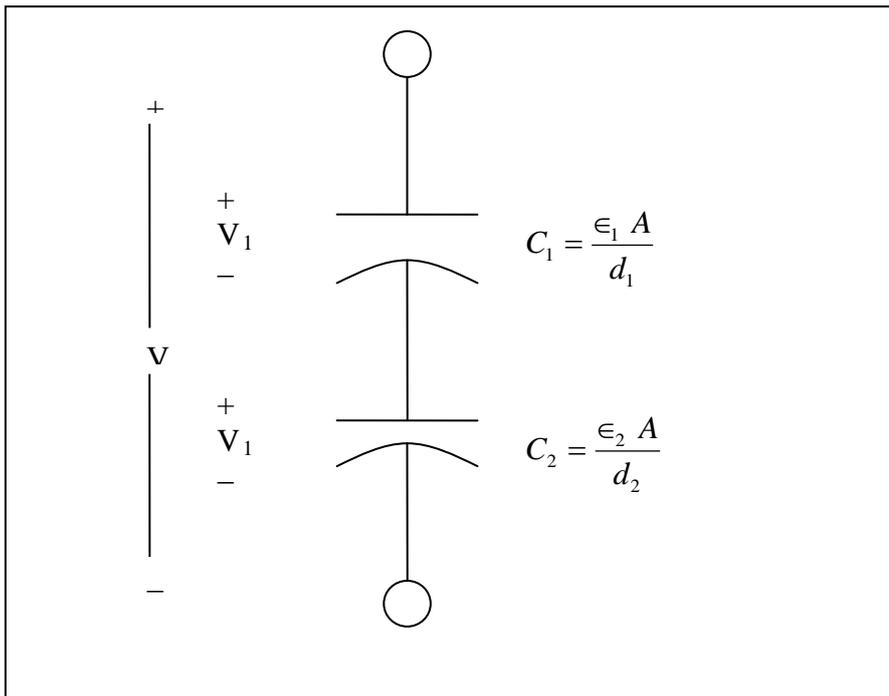
Untuk 2 kapasitor C<sub>1</sub> dan C<sub>2</sub> yang seri Maka

$$V = V_1 + V_2$$

$$= \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2}$$

Q diasumsikan sama (terhitung seri), total kapasitansi  $C = Q/V$ , adalah

$$\frac{V}{Q} = \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$



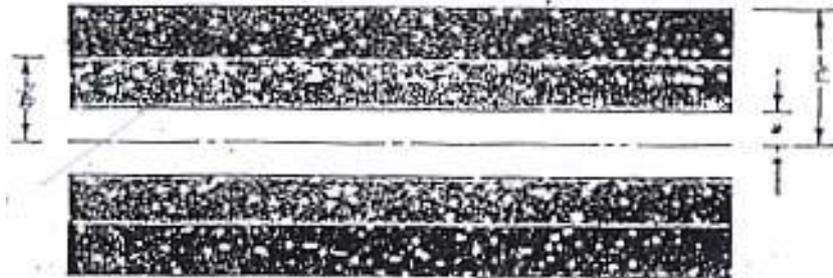
$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} + \frac{\left[ \frac{\epsilon_1 A}{d_1} \right] \left[ \frac{\epsilon_2 A}{d_2} \right]}{\frac{\epsilon_1 A}{d_1} + \frac{\epsilon_2 A}{d_2}} = \frac{\epsilon_1 A}{\left[ \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} d_2 + d_1 \right]}$$

#### Example 4.8

Dua silinder konduktor dengan radius  $a$  dan  $c$  dan 2 dielektrik  $\epsilon_1$  dan  $\epsilon_2$ , antara 2 elektrik =  $b$ . Hitunglah kapasitansi persatuan panjang

Solution

Perhitungan seperti yang lalu yaitu menggunakan hukum Gauss



Kerapatan muatan dipusat konduktor  $\rho_s$  , dengan hukum Gauss maka

$$\int_{\Phi=0}^{2\pi} \int_{z=0}^1 \epsilon_1 E_1 \cdot ds = \int_{\Phi=0}^{2\pi} \int_{z=0}^1 \rho_s ds$$

Karena bentuk silinder, maka arah medan listrik secara radial

$$\int_{\Phi=0}^{2\pi} \int_{z=0}^1 \epsilon_1 E_\rho \cdot a_\rho \cdot \rho d\Phi dz a_\rho = \int_{\Phi=0}^{2\pi} \int_{z=0}^1 \rho_s ds$$

$$= ad\Phi dz$$

Dimana

$$E_1 = E_{\rho 1} a_\rho = \frac{\rho_s a}{\epsilon_1 \rho} a_\rho$$

Maka

$$E_2 = \frac{\rho_s a}{\epsilon_2 \rho} a_\rho$$

Beda potensial dikedua konduktor adalah

$$V = -\int_b^a E_1 \cdot dl - \int_{c+d}^b E_2 \cdot dl$$

Integrasi untuk jarak  $dl$  dengan arah radikal  $dl = d\rho \frac{1}{\rho}$ , Maka

$$V = \frac{\rho_s a}{\epsilon_1} \ln \frac{b}{a} + \frac{\rho_s a}{\epsilon_2} \ln \frac{c}{b}$$

Muatan per unit panjang pada konduktor dalam  $\rho_e = 2\pi a \rho_s$ , dimana  $\rho_s$  adalah muatan persamaan muatan maka kapasitansi per unit panjang

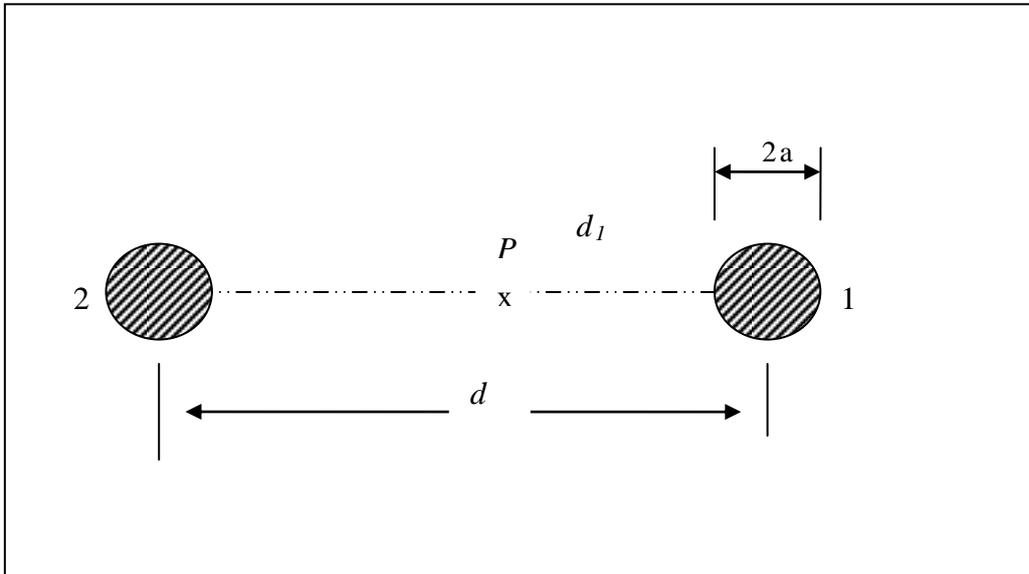
$$C = \frac{2\pi a \rho_s}{V} = \frac{2\pi}{\frac{1}{\epsilon_1} \ln \frac{b}{a} + \frac{1}{\epsilon_2} \ln \frac{c}{b}}$$

$$= \frac{2\pi \epsilon_1}{\ln \frac{b}{c} + \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \ln \frac{c}{b}}$$

Terlihat seperti 2 kapasitor silinder yang terhubung seri.

Example 4.9

Hitung kapasitansi per unit panjang dari 2 konduktor transmisi dengan radius  $a$  dan jumlah  $d$



Solution

Assumsi konduktor 1 dengan kerapatan  $+\rho_l$  dan konduktor 2 sebesar  $-\rho_l$ . dengan hukum gauss didapat medan listrik

$$\int_s \epsilon E_1 \cdot ds = \int_c \rho_l \cdot dl$$

dimana

$$\int_{\Phi=0}^{2\pi} \int_{z=0}^l \epsilon E_{1\rho} \cdot a_\rho \cdot \rho d\Phi dz a_\rho = \rho_l l$$

$$E_{1\rho} = \frac{\rho_l}{2\pi\epsilon\rho}$$

Medan listrik dititik P, dimana jarak  $d_1$  dari konduktor 1 dengan arah kekonduktor 2

$$E_1 = \frac{\rho_l}{2\pi\epsilon d_1} a_\rho$$

Medan listrik di titik sama dari konduktor 2 adalah (harga negatif)

$$E_2 = \frac{\rho_l}{2\pi\epsilon(d-d_1)} (-a_\rho)$$

Medan listrik total sepanjang garis antara 2 konduktor 1 dan 2 adalah

$$E = \left[ \frac{\rho_l}{2\pi\epsilon d_1} - \frac{\rho_l}{2\pi\epsilon(d-d_1)} \right] a_\rho$$

Beda potensial adalah

$$V = -\int_{d-a}^a E \cdot dl$$

$dl$  sepanjang (berarah)  $\overline{ap}$  Maka

$$V = -\int_{d-a}^a \left[ \frac{\rho_l}{2\pi\epsilon d_1} - \frac{\rho_l}{2\pi\epsilon(d-p)} \right] a_\rho d\rho a_\rho$$

Jarak titik P dari konduktor 1=d diganti dengan variabel jarak  $\rho$  dari konduktor, maka besar potensial

$$V = \frac{\rho_l}{2\pi\epsilon} \left[ \ln \frac{d-a}{a} - \ln \frac{a}{d-a} \right] = \frac{\rho_l}{\pi\epsilon} \ln \frac{d-a}{a}$$

Kapasitansi per unit panjang adalah

$$C = \frac{\rho_l}{V} = \frac{\pi\epsilon}{\ln \frac{d-a}{a}}$$

bila  $d \gg a$ , maka harga kapasitansi menjadi

$$C = \frac{\pi\epsilon}{\ln \frac{d}{a}}$$

## 6.8 ELECTROSTATIC ENERGY DENSITY

Menghitung kerapatan energi elektrostatik dapat dilakukan dengan penjumlahan total semua energi yang digunakan masing – masing muatan  $Q_1, Q_2 \dots Q_n$  dalam suatu medan listrik yang dinyatakan dari nilai potensial di titik tersebut.

$$W_2 = Q_2 \Phi_2^1$$



